

# ETUDE THEORIQUE DE L'EVAPORATION D'UNE PARTICULE SPHERIQUE D'UN MATERIAU REFRACTAIRE DANS UN PLASMA THERMIQUE

C. BONET

Laboratoire des Ultra-Réfractaires du C.N.R.S., b.p.5, Odeillo, 66120 Fontromeu, France

M. DAGUENET

Laboratoire de Cinétique Physique et d'Electrochimie, Centre Scientifique Universitaire,  
Route de Villeneuve, 66000 Perpignan, France

et

P. DUMARGUE

Laboratoire de Cinétique Physique, I.U.T. de Génie Mécanique, 16016 Angouleme, France

(reçu le 20 décembre 1973)

**Résumé**—L'étude théorique des transferts de chaleur et de matière, lors de l'évaporation d'une particule sphérique d'un matériau réfractaire dans un plasma thermique, est présentée dans le cas d'un fluide (plasma) à propriétés physiques variables.

En [40] nous donnons une méthode générale de résolution qui tient compte, non seulement de l'effet Soret, de la diffusion enthalpique et du rayonnement de la particule, mais encore du rayonnement du plasma et de l'effet Dufour lorsque leur contribution respective est faible. La méthode présentée ici consiste en des bilans de chaleur et de matière au travers des couches limites thermique et de diffusion. Sa mise en oeuvre est simple et elle fournit une solution en accord avec [40] pour la prise en considération des phénomènes principaux que sont la conduction et le rayonnement de la particule. Mais les deux méthodes diffèrent pour l'interprétation du rôle des phénomènes secondaires, rayonnement du plasma, convection forcée (et naturelle), diffusion enthalpique.

## NOMENCLATURE

<p><math>Ar</math>, nombre d'Archimède;</p> <p><math>c</math>, fraction massique du fluide en vapeur;</p> <p><math>C_p</math>, capacité calorifique;</p> <p><math>D</math>, coefficient de diffusion de la vapeur dans le fluide;</p> <p><math>\mathcal{F}</math>, nombre de Froude;</p> <p><math>Gr</math>, nombre de Grashof;</p> <p><math>h</math>, enthalpie massique du fluide;</p> <p><math>j</math>, densité de flux de diffusion ou d'évaporation;</p> <p><math>K</math>, conductibilité thermique du fluide;</p> <p><math>L</math>, enthalpie massique d'évaporation;</p> <p><math>Le</math>, nombre de Lewis;</p> <p><math>N, N'</math>, paramètres de rayonnement;</p> <p><math>Nu</math>, nombre de Nusselt;</p> <p><math>Pe</math>, nombre de Peclet;</p> <p><math>Pr</math>, nombre de Prandtl;</p> <p><math>q_c</math>, densité de flux de chaleur échangée autrement que par rayonnement;</p> <p><math>q_r</math>, densité de flux de chaleur échangée par rayonnement;</p> <p><math>r</math>, distance au centre de la sphère;</p> <p><math>r_0</math>, rayon de la sphère;</p> <p><math>Re</math>, nombre de Reynolds;</p> <p><math>Sc</math>, nombre de Schmidt;</p>	<p><math>Sh</math>, nombre de Sherwood;</p> <p><math>T</math>, température;</p> <p><math>U</math>, vitesse barycentrique.</p> <p style="text-align: center;">Lettres grècques</p> <p><math>\varepsilon</math>, émissivité de la particule;</p> <p><math>\varepsilon'</math>, émissivité du fluide;</p> <p><math>\eta</math>, viscosité dynamique du fluide;</p> <p><math>\lambda</math>, diffusivité thermique du fluide;</p> <p><math>\lambda_{+cs}</math>, coefficient global de transfert thermique (sauf par rayonnement);</p> <p><math>\lambda_{+ts}</math>, coefficient global de transfert de matière;</p> <p><math>\mu</math>, masse volumique de la particule;</p> <p><math>\nu</math>, viscosité cinématique du fluide;</p> <p><math>\tau</math>, temps.;</p> <p style="text-align: center;">Indices</p> <p><math>+</math>, grandeur réduite;</p> <p><math>p</math>, se rapporte au plasma;</p> <p><math>v</math>, se rapporte à la vapeur;</p> <p><math>s</math>, valeur de la grandeur à la surface de la particule.</p>
---	--

GENERALITES

Nous nous proposons d'étudier l'évaporation convective d'une particule sphérique dans un plasma thermique. Ce problème a déjà été traité dans un article précédent [40], à partir des équations de transport de la thermodynamique des processus irréversibles. Cette dernière méthode se justifie par le fait que les propriétés physiques du fluide sont variables, mais les équations sont complexes et les résultats difficiles à mettre en oeuvre.

Dans ce qui suit, nous calculons les flux de chaleur et de matière à la surface de la particule, et la température de surface de la particule par des bilans globaux au travers des couches limites thermique et de diffusion. Les hypothèses de travail sont identiques à celles formulées en [40]. La fraction massique du fluide (plasma) en vapeur est supposée faible de façon à pouvoir assimiler les propriétés physiques du fluide à celles qu'il a en l'absence de vapeur.

Nous négligeons les effets Soret et Dufour, mais tenons compte, outre de la conduction et diffusion moléculaire, du rayonnement du plasma et de la particule, de la convection forcée et naturelle. Ce dernier phénomène est en effet susceptible de jouer un rôle non négligeable du fait de l'existence d'un fort gradient de température dans la couche limite thermique.

2. LES PARAMETRES D'ECHANGE

Il s'agit du nombre de Nusselt pour les échanges thermiques par conduction et convection, et du nombre de Sherwood pour les transferts de masse par diffusion et convection.

Il existe de nombreux travaux relatifs à la détermination théorique ou semi-empirique des expressions de  $Nu$  et  $Sh$ , dans le cas de sphères immergées dans un fluide. Aucune de ces expressions ne peut s'appliquer directement à la résolution du présent problème.

L'analyse critique des résultats obtenus figure en annexe et permet de sélectionner les expressions suivantes pour  $Nu$  et  $Sh$ , dans le cas de faibles nombres de Peclet et de Reynolds.

$$\left. \begin{aligned} Nu &= 2[1 + a(Pe_t)^{1/3} + b(Gr \cdot Pr)^{1/4}] \\ Sh &= 2[1 + a(Pe_d)^{1/3} + b'(Ar \cdot Sc)^{1/4}] \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

avec:

$$\left. \begin{aligned} a &= 0,189; \quad b = 0,28; \quad b' = 0,30 \\ Gr &= -\frac{gr_0^3}{v^2} \cdot \left(\frac{d\rho}{\rho dT}\right)_{T=T_p} \cdot (T_p - T_s) \\ Ar &= -\frac{gr_0^3}{v^2} \cdot \frac{\rho(T_p) - \rho(T_s)}{\rho(T_p)} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$v$  est la viscosité dynamique du fluide.

Dans les expressions (1), le premier terme représente la contribution de la conduction pure ou de la diffusion moléculaire, le second terme celle de la convection forcée, le troisième terme celle de la convection naturelle.

Pour la résolution de notre problème, nous sommes conduits à définir des valeurs moyennes au travers de la couche limite, des groupements des paramètres figurant dans (1), afin de tenir compte de la variation des propriétés physiques du fluide. Ces valeurs moyennes sont définies de la façon suivante:

$$\left. \begin{aligned} (\overline{Pe_t})_s &= \frac{Pe_t}{1 - T_{+s}} \int_{T_{+s}}^1 \frac{\rho_+(t)h_p(t)}{t \cdot K_+(t)} dt = Pe_t \cdot (\overline{\lambda_+^{-1}})_s \\ (\overline{Pe_d})_s &= \frac{Pe_d}{1 - T_{+s}} \int_{T_{+s}}^1 \frac{dt}{D_+(t)} = Pe_d \cdot (\overline{D_+^{-1}})_s \\ (\overline{Gr \cdot Pr})_s &= -\frac{Re}{\mathcal{F}^2} \cdot Pe_t \cdot \left(\frac{d\rho_+}{dT_+}\right)_{T_+=1} \int_{T_{+s}}^1 v_+^{-1}(t)\lambda_+^{-1}(t) dt = -\frac{Re}{\mathcal{F}^2} \cdot Pe_t \cdot \left(\frac{d\rho_+}{dT_+}\right)_{T_+=1} (1 - T_{+s})(\overline{v_+^{-1}\lambda_+^{-1}})_s \\ (\overline{Ar \cdot Sc})_s &= -\frac{Re}{\mathcal{F}^2} \cdot Pe_d \frac{1 - \rho_{+s}}{1 - T_{+s}} \int_{T_{+s}}^1 v_+^{-1}(t)D_+^{-1}(t) dt = -\frac{Re}{\mathcal{F}^2} \cdot Pe_d \cdot (1 - \rho_{+s})(\overline{v_+^{-1}D_+^{-1}})_s \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

avec:

$$\left. \begin{aligned} Pe_t &= Re \cdot Pr; \quad Pe_d = Re \cdot Sc \\ Re &= \frac{U_0 r_0}{v(T_p)}; \quad \mathcal{F} = \frac{U_0}{\sqrt{gr_0}} \\ Sc &= \frac{\eta(T_p)}{\rho(T_p)D(T_p)}, \quad Pr = \frac{\eta(T_p)h_p(T_p)}{T_p \cdot K(T_p)} \\ \lambda(T) &= \frac{\rho(T)h_p(T)}{T \cdot K(T)} \\ \lambda_+(T_+) &= \frac{\lambda(T)}{\lambda(T_p)} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$Nu$  et  $Sh$  s'écrivent donc sous la forme suivante:

$$Sh = 2 \left\{ 1 + a [Pe_d \cdot (\overline{D^+}^{-1})_s]^{1/3} \left[ 1 + \frac{b'}{a} \left\{ \frac{Re}{\mathcal{F}^2 Pe_d^{1/3}} \frac{(\overline{v^+}^{-1} \overline{D^+}^{-1})_s}{(\overline{D^+}^{-1})_s^{4/3}} (1 - \rho_{+s}) \right\}^{1/4} \right] \right\} \quad (5)$$

$$Nu = 2 \left\{ 1 + a [Pe_t \cdot (\overline{\lambda^+}^{-1})_s]^{1/3} \left[ 1 + \frac{b}{a} \left\{ \frac{Re}{\mathcal{F}^2 Pe_t^{1/3}} \frac{(\overline{v^+}^{-1} \overline{\lambda^+}^{-1})_s}{(\overline{\lambda^+}^{-1})_s^{4/3}} \cdot (1 - T_{+s}) \cdot \left( \frac{d\rho_+}{dT_+} \right)_{T_+=1} \right\}^{1/4} \right] \right\}. \quad (6)$$

Afin de mettre en évidence le rôle du rayon de la particule, nous poserons:

$$r_{0+} = \frac{r_0}{r_{0i}} \quad (7)$$

$r_{0i}$  est le rayon à l'instant initial correspondant à l'établissement du régime stationnaire,  $r_0$  est le rayon l'instant  $\tau$ .

En choisissant pour vitesse de référence  $U_0$ , la vitesse terminale de chute libre de la particule dans les conditions initiales ( $\tau = 0, r_0 = r_{0i}$ ) il vient

$$\left. \begin{aligned} Pe_t &= (Pe_t)_i r_{0+}^3 \\ Pe_d &= (Pe_d)_i r_{0+}^3 \\ Re &= (Re)_i r_{0+}^3 \\ \mathcal{F} &= (\mathcal{F})_i r_{0+}^{3/2} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Les indices  $i$  sont relatifs aux valeurs initiales des paramètres pour  $r_0 = r_{0i}$ ,  $U_0$  vitesse terminale de chute libre de la particule. D'où:

$$\left. \begin{aligned} Nu &= 2 \left\{ 1 + ar_{0+} [(Pe_t)_i (\overline{\lambda^+}^{-1})_s]^{1/3} \left[ 1 + \frac{b}{a} r_{0+}^{-1/4} A_s \right] \right\} \\ Sh &= 2 \left\{ 1 + ar_{0+} [(Pe_d)_i (\overline{D^+}^{-1})_s]^{1/3} \left[ 1 + \frac{b'}{a} r_{0+}^{-1/4} B_s \right] \right\} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Avec:

$$\left. \begin{aligned} A_s &= \left[ - \frac{(Re)_i}{(\mathcal{F})_i^2 (Pe_t)_i^{1/3}} \cdot \frac{(\overline{v^+}^{-1} \overline{\lambda^+}^{-1})_s}{(\overline{\lambda^+}^{-1})_s^{4/3}} (1 - T_{+s}) \left( \frac{d\rho_+}{dT_+} \right)_{T_+=1} \right]^{1/4} \\ B_s &= \left[ - \frac{(Re)_i}{(\mathcal{F})_i^2 (Pe_d)_i^{1/3}} \cdot \frac{(\overline{v^+}^{-1} \overline{D^+}^{-1})_s}{(\overline{D^+}^{-1})_s^{4/3}} (1 - \rho_{+s}) \right]^{1/4} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

### 3. LE BILAN DE CHALEUR A LA SURFACE DE LA PARTICULE

Dans l'état stationnaire précédemment défini, l'expression du bilan de chaleur échangée au travers de la couche limite thermique est la suivante:

$$q_{cs} + q_{rs} = j_s [L + (\Delta h_{vp})_{T_s}^i] \quad (11)$$

$q_{cs}$  est la densité de flux de chaleur, échangée autrement que par rayonnement, transférée à la surface de la particule.

$q_{rs}$  est la densité de flux de rayonnement transféré à la surface de la particule.

$j_s$  est la densité de flux massique d'évaporation à la surface de la particule, et,

$$(\Delta h_{vp})_{T_s}^i = [h_v(T_p) - h_p(T_p)] - [h_v(T_s) - h_p(T_s)]. \quad (12)$$

En introduisant les grandeurs réduites, (11) s'écrit:

$$q_{+cs} + q_{+rs} = Le^{-1} j_{+s} [1 + (\Delta h_{+vp})_{T_{+s}}^1] L_+ \quad (13)$$

expression dans laquelle  $q_{+cs}$ ,  $q_{+rs}$ ,  $j_{+s}$ , sont les densités de flux adimensionnel des grandeurs précédemment définies.

$$\left. \begin{aligned} q_{+cs} &= q_{cs} \frac{r_0}{T_p \cdot K(T_p)} \\ q_{+rs} &= q_{rs} \frac{r_0}{T_p \cdot K(T_p)} \\ j_{+s} &= j_s \frac{r_0}{\rho(T_p) D(T_p)} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

(a) Calcul de la densité adimensionnelle de flux de chaleur  $q_{+cs}$

Soit  $\lambda_{+Ts}$  le coefficient global de transfert thermique (sauf par rayonnement) entre la particule et le plasma.

Il vient, par définition de  $\lambda_{+Ts}$ :

$$q_{+cs} = \lambda_{+Ts} (1 - T_{+s}) \quad (15)$$

avec:

$$\lambda_{+Ts} = \frac{Nu}{2} (\overline{K_+})_s \tag{16}$$

$(\overline{K_+})_s$  est la conductivité thermique réduite moyenne du fluide, définie par:

$$(\overline{K_+})_s = \frac{1}{1-T_{+s}} \int_{T_{+s}}^1 K_+(t) dt \tag{17}$$

$Nu$  est le nombre de Nusselt caractérisant le transfert de chaleur global, autrement que par rayonnement,

avec:

$$\lambda_{+cs} = \frac{Sh}{2} (\overline{\rho_+ D_+})_s \tag{21}$$

$(\overline{\rho_+ D_+})_s$  est la valeur moyenne de  $\rho_+ D_+$  au travers de la couche limite de diffusion, définie par:

$$(\overline{\rho_+ D_+})_s = \frac{1}{1-T_{+s}} \int_{T_{+s}}^1 \rho_+(t) D_+(t) dt \tag{22}$$

L'expression de  $Sh$  est donnée par (9).

(d) Expression du bilan global de chaleur échangée

Reportant les expressions de  $q_{+cs}$ ,  $q_{+rs}$ ,  $j_{+s}$ , dans (13) on obtient:

$$\left. \begin{aligned} c_s &= \frac{Le \cdot (\overline{K_+})_s (1-T_{+s})}{L_+ \cdot (\overline{\rho_+ D_+})_s [1 + (\Delta h_{+vp})_{T_{+s}}]} \cdot \left[ \frac{Nu}{Sh} + \frac{r_{0+} N'_i \varepsilon \varepsilon' \left(1 - \frac{T_{+s}^4}{\varepsilon'}\right)}{(\overline{K_+})_s (1-T_{+s}) \frac{Sh}{2}} \right] \\ \frac{Nu}{Sh} &= \frac{1 + ar_{0+} [(Pe_t)_i (\overline{\lambda_+^{-1}})_s]^{1/3} \left[1 + \frac{b}{a} r_{0+}^{-1/4} A_s\right]}{1 + ar_{0+} [(Pe_d)_i (\overline{D_+^{-1}})_s]^{1/3} \left[1 + \frac{b'}{a} r_{0+}^{-1/4} B_s\right]} \end{aligned} \right\} \tag{23}$$

entre la particule et le plasma. Son expression est donnée par (9).

(b) Calcul de la densité adimensionnelle de flux de rayonnement  $q_{+rs}$

Nous admettons que le plasma est un corps gris d'émissivité  $\varepsilon'(T_p)$ , et que la surface externe de la particule est grise, d'émissivité  $\varepsilon(T_s)$ .

Dans ces conditions, en supposant que la couche limite thermique est optiquement mince on peut écrire:

$$q_{rs} = \sigma \varepsilon(T_s) \varepsilon'(T_p) T_p^4 \left[ 1 - \left(\frac{T_s}{T_p}\right)^4 \cdot \frac{1}{\varepsilon'(T_p)} \right] \tag{18}$$

et:

$$\left. \begin{aligned} q_{+rs} &= N' \varepsilon \varepsilon' \left(1 - \frac{T_{+s}^4}{\varepsilon'}\right) \\ N' &= \frac{\sigma T_p^3 r_{0+}}{K(T_p)} \\ \varepsilon'(T_p) &= \varepsilon'; \quad \varepsilon(T_s) = \varepsilon. \end{aligned} \right\} \tag{19}$$

(c) Calcul de la densité adimensionnelle de flux d'évaporation  $j_{+s}$

Soit  $\lambda_{+cs}$  le coefficient global de transfert de matière.

Il vient, par définition de  $\lambda_{+cs}$ :

$$j_{+s} = \lambda_{+cs} \cdot c_s \quad (\text{la fraction massique de vapeur dans le plasma est nulle}) \tag{20}$$

On a posé:

$$\left. \begin{aligned} N' &= N'_i r_{0+} \\ N'_i &= \frac{\sigma T_p^3 r_{0i}}{K(T_p)} \end{aligned} \right\} \tag{24}$$

$N'_i$  est le paramètre de rayonnement à l'instant initial, lors de l'établissement du régime stationnaire.

$N'$  est le paramètre de rayonnement à l'instant  $\tau$ .

On sait que pour les gaz le nombre de Lewis  $Le (Le = Sc/Pr = \lambda/D)$  est voisin de l'unité. Faute de données sur  $D$ , il n'est pas possible de calculer  $Le$ . Nous posons donc arbitrairement  $Le = 1$  quelle que soit la température. Outre la conséquence  $D = \lambda$ , on en déduit  $(Pe_t)_i = (Pe_d)_i = (Pe)_i$ .

$$Le = 1 \forall T \rightarrow \begin{cases} D(T) = \lambda(T) \\ (Pe_t)_i = (Pe_d)_i = (Pe)_i \end{cases} \tag{25}$$

A l'aide de cette hypothèse, examinons maintenant le rapport  $Nu/Sh$ :

La convection forcée l'emporte sur la convection naturelle lorsque  $r_{0+}$  est suffisamment important. Dans ce cas  $A_s$  et  $B_s$ , affectés du facteur  $r_{0+}^{-1/4}$  sont négligeables devant 1, et le rapport  $Nu/Sh$  est égal à 1.

Au contraire, pour les faibles valeurs de  $r_{0+}$ , soit en fin d'évaporation, la convection naturelle l'emporte sur la convection forcée. Dans ce cas,  $A_s$  et  $B_s$  étant

affectés du facteur  $r_{0+}(Pe_i)^{1/3} \sim r_0$  on peut écrire:

$$\left. \begin{aligned} \frac{b}{a} r_{0+}^{-1/4} A_s \gg 1, \\ ar_{0+} [(Pe_i)_i (\bar{\lambda}_+^{-1})_s]^{1/3} \frac{b}{a} r_{0+}^{-1/4} A_s \ll 1 \\ \frac{b'}{a} r_{0+}^{-1/4} B_s \gg 1, \\ ar_{0+} [(Pe_d)_i (\bar{D}_+^{-1})_s]^{1/3} \frac{b'}{a} r_{0+}^{-1/4} B_s \ll 1 \end{aligned} \right\} (26)$$

et  $\lim_{r_{0+} \rightarrow 0} \frac{Nu}{Sh} = 1$

Dans le cas intermédiaire où la convection libre et est voisin de 1 lorsque  $T_{+s} \rightarrow 1$  forcée coexistent,

$$\frac{A_s}{B_s} = \left[ \left( \frac{d\rho_+}{dT_+} \right)_{T_+=1} \frac{1 - T_{+s}}{1 - \rho_{+s}} \right]^{1/4}$$

Ici encore  $\lim_{T_{+s} \rightarrow 1} \frac{Nu}{Sh} = 1$ .

Cependant, nous envisagerons dans le cas général des valeurs de  $T_{+s}$  pouvant atteindre  $\frac{1}{2}$ ;  $A_s/B_s$  est alors différent de 1, mais ne peut être inférieur à  $\frac{1}{2}$  compte-tenu de la variation  $\rho_+(T_+)$ .

Dans ces conditions,  $(Pe_i)_i = (Pe_d)_i = (Pe)_i$  étant faible,  $Nu/Sh$  est encore voisin de 1.

On en déduit l'expression définitive de  $c_s$ :

$$c_s = \frac{(\bar{K}_+)_s (1 - T_{+s})}{L_+ \cdot (\bar{\rho}_+ D_+)_s [1 + (\Delta h_{+vp})_{T_{+s}}]} \left[ 1 + \frac{r_{0+} N_i \epsilon \epsilon' \left( 1 - \frac{T_{+s}}{\epsilon'} \right)}{(\bar{K}_+)_s (1 - T_{+s}) \left\{ 1 + ar_{0+} [(Pe_i)_i (\bar{D}_+^{-1})_s]^{1/3} \left[ 1 + \frac{b'}{a} r_{0+}^{-1/4} B_s \right] \right\}} \right] \quad (27)$$

La relation (27) définit la température d'équilibre à la surface  $T_{+es}$  en régime stationnaire, soit:

$$c_e(T_{+es}) = C_{es} \quad (C_{es} \text{ fraction massique de vapeur en équilibre avec la phase condensée}) \quad (28)$$

$C_{es}$  est donné par (27) dans laquelle on spécialise  $T_{+s}$  par  $T_{+es}$ .

(e) Détermination de  $T_{+es}, C_{es}$

On peut remarquer que  $c_s$  est composé de deux termes:

le premier est indépendant de  $r_{0+}$  et égal à la limite de  $c_s$  lorsque  $r_{0+} \rightarrow 0$ . Nous l'appellerons  $c_{0s}$ .

le second terme, que nous noterons  $N_i \cdot c_{0s} c_{1s}(r_{0+})$ , dépend de  $r_{0+}$  et traduit l'influence du rayonnement.

D'où:

$$\left. \begin{aligned} c_s &= c_{0s} [1 + N_i c_{1s}(r_{0+})] \\ c_{0s} &= \lim_{r_{0+} \rightarrow 0} c_s = \frac{(\bar{K}_+)_s (1 - T_{+s})}{L_+ \cdot (\bar{\rho}_+ D_+)_s [1 + (\Delta h_{+vp})_{T_{+s}}]} \\ c_{1s}(r_{0+}) &= \frac{r_{0+} \epsilon \epsilon' \left( 1 - \frac{T_{+s}}{\epsilon'} \right)}{(\bar{K}_+)_s (1 - T_{+s}) \left\{ 1 + ar_{0+} [(Pe_i)_i (\bar{D}_+^{-1})_s]^{1/3} \left[ 1 + \frac{b'}{a} r_{0+}^{-1/4} B_s \right] \right\}} \end{aligned} \right\} (29)$$

La détermination de  $(T_{+es}, C_{es})$  se fait de la façon suivante:

- On trace la courbe  $C_e(T_{+s})$ —donnée expérimentale
- On trace la courbe  $c_{0s} = c_0(T_{+s})$

L'intersection donne le point  $\left\{ \begin{matrix} C_{0es} \\ T_{+0es} \end{matrix} \right\}$

Dans un nouveau système d'axes passant par ce point, parallèle au premier, on trace le réseau de courbes  $C_{0es} \cdot N_i c_{1s}(r_{0+})$  pour  $r_{0i}$  fixe et donné, et diverses valeurs de  $r_{0+}$ .

L'intersection respective de chaque courbe du réseau avec la courbe  $C_e(T_{+s})$  donne le point:

$$\left\{ \begin{matrix} C_{0es} \cdot N_i \cdot C_{1es}(r_{0+}) \\ T_{+0es} \cdot N_i T_{+1es}(r_{0+}) \end{matrix} \right.$$

Le problème est alors entièrement défini pour  $r_{0i}$  donné:

$$\left. \begin{aligned} T_{+es} &= T_{+0es} [1 + N_i T_{+1es}(r_{0+})] \\ C_{es} &= C_{0es} [1 + N_i C_{1es}(r_{0+})] \end{aligned} \right\} (30)$$

Pour d'autres valeurs  $r_{0i,1}, r_{0i,2}, \dots, r_{0i,n}$  du rayon initial de la particule (avec  $r_{0i,j} \leq r_{0i}$  quel que soit  $j$ ),

l'état d'évaporation obtenu sera le même que pour  $r_{0i}$ , à condition de prendre à l'instant initial:

$$r_{0+} = \frac{r_{0i,j}}{r_{0i}} \quad (31)$$

Le point figuratif de la courbe  $T_{+es}(r_{0+})$  décrira alors la portion de courbe comprise entre

$$r_{0+} = \frac{r_{0i,j}}{r_{0i}} \quad \text{et} \quad r_{0+} = 0.$$

*Remarque.* Cette façon de procéder met bien en évidence le rôle du rayonnement. La correction apportée est positive lorsque  $T_{+es}^4 > \varepsilon'$ , cas ordinaire des plasmas thermiques de gaz diatomiques, où le rayonnement freine la vaporisation, au point de pouvoir annuler le flux de matière évaporée.

Les différentes possibilités sont donc les suivantes:

à l'instant initial, correspondant à l'établissement du régime stationnaire:

$$q_{+cs} + q_{+rs} \neq 0.$$

Dans ce cas l'évaporation de la particule est négligeable, car  $c_s$  et  $j_s$  sont très faibles.

Le traitement thermique a pour effet le chauffage de la particule, à rayon constant (puisque la masse volumique  $\mu$  est supposée indépendante de la température) jusqu'à une température d'équilibre asymptotique  $T_{+es}^*$ .  $T_{+es}^*$  est défini par (29) avec  $c_s = 0$ ,  $r_{0+} = 1$ .

Il vient:

$$\left. \begin{aligned} 1 + N_i c_{1s}^*(r_{0+} = 1) &= 0 \\ \text{avec} \\ c_{1s}^*(r_{0+} = 1) &= c_{1s}(r_{0+} = 1) \quad \text{et} \quad T_{+s} = T_{+es}^* \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

Un cas particulier intéressant est celui où l'on désire obtenir  $T_{+es}^* > T_f$  ( $T_f$  température de fusion de la particule).

La relation (32) permet la détermination de  $r_{0i}$  maximum permettant la fusion de la particule.

à l'instant initial  $q_{+cs} + q_{+rs} \neq 0$ .

Dans ce cas l'évaporation n'est plus négligeable.

Nous avons vu que les conditions à la surface de la particule étaient données par le calcul de  $C_{es}$  et  $T_{+es}$ , qui se décomposent suivant (30) au cours de la détermination précédemment décrite.

#### 4. VARIATION DU RAYON DE LA PARTICULE AU COURS DU TEMPS

L'équation différentielle caractérisant cette variation

est la suivante:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dr_{0+}^2}{d\tau} &= \frac{j_{+s}}{\tau^*} \\ \tau^* &= \frac{\mu r_{0i}^2}{2D(T_p)\rho(T_p)} \\ j_{+s} &= \left\{ 1 + ar_{0+} [Pe_i \cdot (\overline{D_+^{-1}})_s]^{1/3} \right. \\ &\quad \left. \times \left[ 1 + \frac{b'}{a} r_{0+}^{-1/4} B_s \right] \right\} \\ &\quad (\overline{\rho_+ D_+})_s C_{0es} [1 + N_i' C_{1es}(r_{0+})]. \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

On en déduit la variation du rayon de la goutte au cours du temps:

$$\tau = \tau^* \int_{r_{0+}}^1 \frac{2u}{j_{+s}(u)} du. \quad (34)$$

La détermination de  $\tau$  peut se faire par intégration graphique. On en déduit la durée de vie de la particule  $\tau_0$  en spécialisant  $r_{0+}$  par 0.

*Remarque.* Dans le cas où  $N_i'$  est négligeable il vient, en supposant  $\mu_s = \mu(T_s)$  indépendant de  $T_s$ ,

$$\tau_0 = \frac{\mu r_{0i}^2 [L + (\Delta h_{vp})_{T_s'}]}{Nu(T_p - T_s)(\overline{K})_s}. \quad (35)$$

Cette relation est identique à celle de la référence [41] et [42]. Dans ce cas  $T_s = T_{0es}$ , indépendant de  $r_{0+}$ .

#### 5. DUREE DU REGIME TRANSITOIRE

Dans tout ce qui précède, l'instant initial correspond à l'établissement du régime stationnaire d'évaporation.

En fait, la durée de chauffage de la particule jusqu'à la température d'équilibre peut ne pas être négligeable devant la durée de l'évaporation. Ici encore, nous distinguerons deux cas, suivant la valeur de la vitesse d'évaporation à la température d'équilibre.

(a) *Durée du régime transitoire lorsque la température d'équilibre correspond à une vitesse d'évaporation négligeable*

Le phénomène peut alors être décrit par une phase de chauffage unique à rayon constant  $r_{0i}$ , l'asymptote pour  $T_{+s}$  étant  $T_{+es}^*$  défini par (32).

La durée de chauffage  $\tau_1$  de la particule de  $T_{+0}$  à  $T_{+es}^*$  est la solution de l'équation différentielle:

$$\left. \begin{aligned} q_{+cs} + q_{+rs} &= \tau_1' C_{p+}' \frac{dT_{+s}}{d\tau} \\ \tau_1' &= \frac{\mu r_{0i}^2 h_p(T_p)}{3T_p \cdot K(T_p)} \\ C_{p+}' &= \frac{C_p'(T_s) T_p}{h_p(T_p)} \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

$C'_p(T_s)$  est la capacité calorifique de la particule.

$C'_{p+}$  est la capacité calorifique réduite.

Pour  $T_{+s} < T_{+f}$  nous prendrons  $C'_{p+} = C'_{p+s}$ .

Pour  $T_{+s} > T_{+f}$  nous prendrons  $C'_{p+} = C'_{p+L}$ .

Pour  $T_{+s} = T_{+f}$  nous introduirons la chaleur latente de fusion.

$L_{+f} = \frac{L_f(T_f)}{h_p(T_p)}$  est la chaleur latente réduite de fusion de la particule.

$T_{0+} = T_0/T_p$  est la température initiale réduite de la particule.

La solution de (36) est la suivante:

$$\tau_1 = \left. \begin{aligned} & \int_{T_{0+}}^{T_{f+}} \tau_1^* \frac{C'_{p+s} dT_{+s}}{q_{+cs} + q_{+rs}} + \delta_1 \int_{T_{f+}}^{T_{+es}^*} \tau_1^* \frac{C'_{p+L} dT_{+s}}{q_{+cs} + q_{+rs}} + \delta_2 \frac{\tau_1^* L_{+f}}{q_{+cs} + q_{+rs}} \\ & \text{avec} \\ & q_{+cs} + q_{+rs} = \left\{ 1 + ar_{0+} [Pe_i \cdot (\bar{\lambda}_{+}^{-1})_s]^{1/3} \left[ 1 + \frac{b}{a} r_{0+}^{-1/4} A_s \right] \right\} \\ & (\bar{K}_{+s})(1 - T_{+s}) + r_{0+} N_i' \varepsilon \varepsilon' \left( 1 - \frac{T_{+s}^4}{\varepsilon'} \right) \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

pour  $T_{+es}^* < T_{f+}$   $\delta_1 = \delta_2 = 0$

pour  $T_{+es}^* = T_{f+}$   $\delta_1 = 0, \delta_2 = 1$

pour  $T_{+es}^* > T_{f+}$   $\delta_1 = \delta_2 = 1$ .

Nous avons fait les hypothèses suivantes pour déterminer  $\tau_1$ :

la température de la particule est uniforme et égale à  $T_{+s}$

$Le = 1$  entre  $T_{0+}$  et  $T_{+es}^*$

$\frac{Nu}{Sh} = 1$  entre  $T_{0+}$  et  $T_{+es}^*$ .

(b) *Durée du régime transitoire lorsque la température d'équilibre correspond à une vitesse d'évaporation non négligeable*

Dans un tel cas, on peut distinguer trois phases au cours du traitement thermique (Fig. 1).

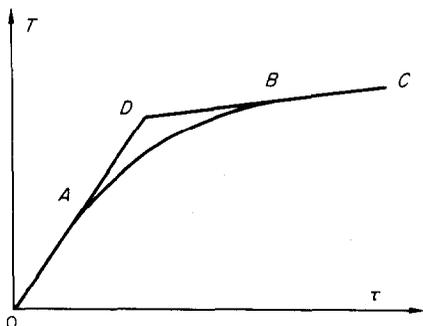


FIG. 1.

phase rapide de chauffage à évaporation négligeable OA.

phase mixte de chauffage et d'évaporation AB.

phase à évaporation prédominante BC.

En B le point figuratif a pratiquement atteint  $T_{+es}$  correspondant au rayon  $r_{0+}$  de la particule.

Pour entreprendre le calcul nous ferons suivre au point figuratif le trajet ODB, qui a même durée que OAB. Nous supposons que l'état d'évaporation obtenu en B sera le même.

Dans ces conditions, la phase OD est une phase de

chauffage pur à évaporation négligeable, donc qui s'effectue à rayon constant. La phase DB est une phase d'évaporation à l'état stationnaire, dont nous avons déjà calculé la durée. Dans cette dernière phase, nous avons négligé le terme de chauffage

$$\tau_1^* C'_{p+} \frac{dT_{+s}}{d\tau} \text{ devant le terme } j_{+s} [1 + (\Delta h_{+vp})_{T_{+s}}] L_{+}$$

relatif à l'évaporation.

Cette approximation est justifiée par la définition de l'état quasi-stationnaire d'évaporation.

En définitive la durée du régime transitoire  $\tau_1$  est donnée par (37), dans laquelle on remplace  $T_{+es}^*$  par  $T_{+es}(r_{0+} = 1)$ . La durée de vie globale de la particule est alors  $\tau_0 + \tau_1$ , où  $\tau_0$  est donné par (34) avec  $(r_{0+} = 0)$ .

### 6. DEFINITION DE PARAMETRES D'ECHANGE GLOBAUX

Nous pouvons définir des paramètres d'échange globaux, tenant compte du rayonnement.

Pour le transfert de chaleur, soit  $Nu^*$  le nombre de Nusselt équivalent tenant compte de la conduction, convection et rayonnement.

$Nu^*$  est défini par:

$$Nu^* = \frac{2(q_{+cs} + q_{+rs})}{(1 - T_{+s})(\bar{K}_{+s})} \quad (38)$$

Tableau 1

<i>Re</i>	<i>Nu</i> ou <i>Sh</i>	Observations particulières	Référence
$Re \ll 1$	$Sh = 2$	$Sc \ll 1$ Etude théorique	1
$Re \ll 1$	$Sh = 2 + 0,5 Re Sc$ $Nu = 2 + 0,5 Re Sc$	Etude théorique	2
$Re \ll 1$	$Sh = 1,01 Re^{1/3} Sc^{1/3}$	$Sc \gg 1$ Etude théorique	1
$0 < Re < 2,5$	$Sh = 1,10 Re^{1/3} Sc^{1/3}$	$Sc \gg 1$ Dissolution acide benzoïque	3
$0,1 < Re < 1$	$Sh = 0,99 Re^{1/3} Sc^{1/3}$	$Sc \gg 1$	4
$Re < 5$	$Nu = 0,89 Re^{1/3} Pr^{1/3}$	$Pr \gg 1$ Etude théorique	5
$Re < 5$	$Nu = 2 + (Re \cdot Pr/4)$	$Pr \ll 1$ Etude théorique	5
$2 < Re < 800$	$Sh = 2 + 0,5 Re^{1/2} Sc^{1/3}$	Evaporation d'un liquide dans l'air	6
$2,3 < Re < 225$	$Sh = 0,94 Re^{1/2} Sc^{1/3}$	$Sc \gg 1$ Dissolution acide benzoïque	7
$Re < 200$	$Nu, Sh = 2 + 0,66 Re^{1/2} (Pr^{1/3} \text{ ou } Sc^{1/3})$	Evaporation de gouttes liquides	8
$Re < 400$	$Nu = 2 + 0,75 Pr^{1/4} + 0,48 Pr^{1/3} Re^{1/2}$	Sphère immergée dans un liquide. Convection naturelle et forcée	9
$10 < Re < 17 \times 10^3$	( $Re = 0$ )		
	$Sh = Sh + 0,347 Re^{0,62} \cdot Sc^{0,31}$	$Sc \gg 1$ Dissolution acide benzoïque	10
$10 < Re < 10^5$	$Nu = 2 + 1,3 Pr^{0,15} + 0,66 Pr^{0,31} Re^{0,5}$	Mesures dans l'eau, l'air, l'huile	11
$17 < Re < 7 \times 10^4$	$Nu = 0,37 Re^{0,6} Pr^{1/3}$	$Pr \gg 1$	12
$20 < Re < 835$	$Sh = 44 + 0,48 Re^{1/2} \cdot Sc^{1/3}$	$Sc \gg 1$ Dissolution acide benzoïque	13
$20 < Re < 2000$	$Nu = 2 + h Re^n Pr^{1/3}$	$h = 0,69$ (air)– $(0,79)$ eau $0,4 < p < 0,6$	14
$26 < Re < 1150$	$Sh = 2 + 0,79 Re^{1/2} Sc^{1/3}$	$Sc \gg 1$ Dissolution acide benzoïque	14
$40 < Re < 1100$	$Sh = 0,5 Re^{1/2} Sc^{1/3}$ $Nu = Re^{1/2} Pr^{1/3}$	Séchage de granulés dans l'air	15
$Re > 50$	$Sh = 1,04 Re^{1/2} Sc^{1/3}$	Etude théorique et oxydo-réduction	16
$60 < Re < 700$	$Sh = 0,94 Re^{1/2} Sc^{1/3}$	$Sc \gg 1$ Dissolution acide benzoïque	17
$96 < Re < 1050$	$Sh = 2 + 0,69 Re^{0,5} Sc^{1/3}$	Sublimation	14
$100 < Re < 700$	$Sh = 2 + 0,95 Re^{1/2} \cdot Sc^{1/3}$	$Sc \gg 1$ Dissolution acide benzoïque	18
$100 < Re < 10^4$	$Nu = 0,32 Re^{0,5} + 0,043 Re^{0,67}$		19
$200 < Re < 3000$	$Sh = 0,54 Re^{1/2}$	Evaporation solide/gaz	20
$200 < Re < 4000$	$Sh = 0,82 Re^{1/2} Sc^{1/3}$	$Sc \gg 1$	3
$200 < Re < 6000$	$Sh = 0,74 Re^{0,50} Sc^{1/3}$	Sublimation	21
$400 < Re < 1250$	$Sh = 0,882 Re^{0,452} Sc^{1/3}$	$Sc \gg 1$ Oxydo-réduction	22
$490 < Re < 7580$	$Sh = 0,582 Re^{1/2} Sc^{1/3}$	$Sc \gg 1$ Dissolution acide benzoïque	23
$Re > 500$	$Sh = A Re^{2/3} Sc^{1/4}$	$\theta > 0L$	24
$Re > 500$	$Sh = A_1 Re^{1/2} Sc^{1/3}$	$\theta < 0L$	25
$Re > 500$	$Sh = A_2 Re^{2/3} Sc^{1/3}$	$\theta > 0L$	25
$Re > 500$	$Sh = A Re Sc^{1/3}$	$\theta > 0L$	26
$Re > 500$	$Sh = (A'_1 Re^{1/2} + A'_2 Re^{2/3}) Sc^{1/3}$		27
$Re > 500$	$Sh = 2 + (A'_3 Re^{1/2} + A'_4 Re) Sc^{1/3}$		28
$600 < Re < 4300$	$Nu = 0,118 Re^{0,76} Pr^{1/3}$		29
$800 < Re < 10^4$	$Sh = 0,33 Re^{1/2} Sc^{1/3}$	$Sc \gg 1$ Dissolution acide benzoïque	30
$1000 < Re < 4000$	$Sh = 0,692 Re^{0,514} Sc^{1/3}$	Evaporation solide/gaz	31
$1000 < Re < 10^5$	$Nu = 0,037 Re^{0,8} Sc^{1/3}$		32
$1250 < Re < 12500$	$Sh = 0,477 Re^{0,538} Sc^{1/3}$	$Sc \gg 1$ Oxydo-réduction	23
$1500 < Re < 12000$	$Sh = 0,33 Re^{0,60} Sc^{1/3}$	Evaporation solide/gaz	33
$1847 < Re < 8625$	$Sh = 0,358 Re^{0,58} Sc^{1/3}$	Evaporation solide/gaz	34
$3200 < Re < 25350$	$Sh = (0,51 Re^{0,30} + 0,0223 Re^{0,78}) Sc^{1/3}$	Sublimation	35
$4000 < Re < 4000$	$Sh = 0,520 Re^{1/2} Sc^{1/3}$	$Sc \gg 1$ Dissolution $NaNO_3$	36
$Re < 1$	$Sh = C + Re^n$	$n = 1/3$	
$10^2 < Re < 10^4$		$n = 1/2$ (régime laminaire)	
$10^3 < Re < Re \text{ trans}$		$n = 2/3$ (Diffusivités moléculaireo et turbulente additives)	37
$Re > Re \text{ trans}$		$n = 1$	
$3,6 \times 10^3 < Re <$ $5,2 \times 10^4$	$Nu = 2 + 0,210 Re^{0,606}$	air	38
$44 \times 10^3 < Re <$ $151 \times 10^3$	$Nu = 0,37 Re^{0,53}$	air	39

Compte-tenu de (15), (16), (19), (24), il vient:

$$\left. \begin{aligned} Nu^* &= Nu + r_{0+} N'_1 Nu_{1s} \\ Nu_{1s} &= \frac{\varepsilon \left(1 - \frac{T_{+s}^4}{\varepsilon'}\right)}{(1 - T_{+s})(\bar{K}_{+})_s} \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

La définition du nombre de Sherwood reste identique en présence de rayonnement. Cependant, sa valeur est modifiée, puisque le rayonnement a une action sur la température de surface  $T_{+s}$ .

#### CONCLUSION

Nous avons calculé les flux de chaleur et de matière lors de l'évaporation convective d'une particule sphérique dans un plasma thermique. Nous en avons déduit la température de surface de la particule en fonction de son rayon.

Une hypothèse nécessaire à la résolution du problème est  $Le = 1$ . Outre l'analogie entre le transfert de chaleur (autre que par rayonnement) et le transfert de matière que cette hypothèse implique, on peut ainsi estimer le coefficient de diffusion de la vapeur dans le fluide, sur lequel n'existent pas de données.

La méthode mise en oeuvre est beaucoup plus simple que celle décrite en [40]. Il y a accord entre les deux méthodes en ce qui concerne la prise en considération des phénomènes principaux que sont la conduction et le rayonnement de la particule, mais les deux méthodes diffèrent pour l'interprétation des phénomènes secondaires que sont :

- ⎧ le rayonnement du plasma
- ⎧ la convection forcée (et naturelle)
- ⎧ la diffusion enthalpique.

La méthode ici décrite paraît utile comme première approche, une étude plus fine des phénomènes entrant en jeu nécessitant alors une méthode telle que celle présentée en [40].

De plus, les formules adoptées (1) pour l'expression de  $Nu$  et  $Sh$ , comportent des coefficients  $a$  et  $b$  dont la validité peut être mise en doute pour le problème qui nous occupe.

#### BIBLIOGRAPHIE

1. V. G. Levich, *Physico-Chemical Hydrodynamics*, Prentice Hall, New York (1962).
2. R. Kronig et J. Bruijsten, On the theory of the heat and mass transfer from a sphere in a flowing medium at low values of Reynolds number, *Appl. Scient. Res.* **A2**, 439-446 (1951).
3. G. A. Akselrud, Diffusion depuis la surface de sphères, *Zh. Fiz. Khim.* **27**, 1446-1464 (1953).
4. A. C. Lochiel et P. H. Calderbank, Mass transfer in the continuous phase around axisymmetric bodies of revolution, *Chem. Engng Sci.* **19**, 471-484 (1964).
5. S. K. Friedlander, Mass and heat transfer to single spheres and cylinders at low Reynolds numbers, *A.I.Ch.E. Jl* **3**(1), 43-48 (1957).
6. N. Frössling, Über die Verdunstung fallender Tropfen, *Gerl. Beit. Geophys.* **52**, 170-217 (1938).
7. F. H. Garner et R. B. Keey, Mass transfer from single solid spheres. I, transfer at low Reynolds numbers, *Chem. Engng Sci.* **9**, 119-129 (1958).
8. W. E. Ranz et W. R. Marshall, Jr., Evaporation from drops, part I. *Chem. Engng Progr.* **48**(3), 141-146 (1952). Part II. *Chem. Engng Progr.* **48**(4), 173-180 (1952).
9. V. G. Jenson, T. R. Horton et J. R. Wearing, Drag coefficients and transfer factors for spheres in laminar flow, *Trans. Instn Chem. Engrs* **46**, 178-184 (1968).
10. R. L. Steinberger et R. E. Treybal, Mass transfer from a solid soluble sphere to a flowing liquid stream, *A.I.Ch.E. Jl* **6**(2), 227-232 (1960).
11. H. Kramers, Heat transfer from spheres to flowing media, *Physica's Grav.* **12**(2-3), 61-80 (1946).
12. G. C. D. Williams, D.Sc. Thesis, Massachusetts Institute of Technology (1942).
13. F. H. Garner et R. W. Grafton, Mass transfer in fluid flow from a solid sphere, *Proc. Roy. Soc.* **224**(A), 64-82 (1954).
14. P. N. Rowe, K. T. Claxton et J. B. Lewis, Heat and mass transfer from a single sphere in an extensive flowing fluid, *Trans. Instn Chem. Engrs* **43**, 14-31 (1965).
15. D. W. van Krevelen et P. J. Hoftijzer, Drying of granulated materials—Part I—Drying of a single granule, *J.S.C.I.* **68**, 59-66 (1949).
16. J. L. Bousgarbies, Thèse Poitiers, No. C.N.R.S. AO 5821 (1971).
17. J. W. Mullen et C. R. Treleaven, Solids-liquid mass transfer in multi-particulate systems, *3rd Pap. Cong. Eur. Fed. Chem. Engrs*, London, B66 (1962).
18. F. H. Garner et R. D. Suckling, Mass transfer from a soluble solid sphere, *A.I.Ch.E. Jl* **4**(1), 114-124 (1958).
19. P. D. Richardson, Heat and mass transfer in turbulent separated flows, *Chem. Engng Sci.* **18**, 149-155 (1963).
20. D. Vyroubov, *J. Techn. Phys. Leningrad* **9**, 1923 (1939).
21. A. H. P. Skelland et A. R. H. Cornish, Mass transfer from spheroids to an air stream, *A.I.Ch.E. Jl* **9**(1), 73-76 (1963).
22. H. Gibert, J. P. Couderc et H. Angelino, Etude des transferts de matière entre une sphère et un liquide en convection forcée, *Chem. Engng Sci.* **27**, 45-59 (1972).
23. M. Linton et K. L. Sutherland, Transfer from a sphere into a fluid in laminar flow, *Chem. Engng Sci.* **12**, 214-229 (1960).
24. E. Ruckenstein, Mass or heat transfer to turbulent separated flows for large Schmidt or Prandtl numbers, *Chem. Engng Sci.* **25**, 819-824 (1970).
25. F. H. Garner, V. G. Jenson et R. B. Keey, Flow pattern around spheres and Reynolds analogy, *Trans. Instn Chem. Engrs* **37**, 191-197 (1959).
26. R. R. White et S. W. Churchill, Experimental foundations of chemical engineering, *A.I.Ch.E. Jl* **5**(3), 354-360 (1959).
27. R. B. Keey et J. B. Glen, Mass transfer from solid spheres, *Can. J. Chem. Engng* **42**, 227-232 (1964).
28. G. E. Kinard, F. S. Manning et W. P. Manning, A new correlation for mass transfer from single spheres, *Br. Chem. Engng* **8**(5), 326-327 (1963).
29. G. R. Kubanek, P. Chevalier et W. H. Gauvin, Heat transfer to spheres in a confined plasma jet, *Can. J. Chem. Engng* **46**, 101-107 (1968).
30. W. H. Linton et T. K. Sherwood, *Chem. Prog.* **46**, 258 (1950).

31. I. S. Pasternak et W. H. Gauvin, Turbulent convective heat and mass transfer from accelerating particles, *A.I.Ch.E. JI* 7(2), 254-260 (1961).
32. G. T. Sergeev et La. Sergeeva, U.S. Dep. Comm. AD 618043 (1963).
33. S. Enochides et G. Thodos, Simultaneous mass and heat transfer in the flow of gases past single spheres, *A.I.Ch.E. JI* 7(1), 78-80 (1961).
34. Y. C. Yen et G. Thodos, Mass, heat, and momentum transfer in the flow of gases past single spheres, *A.I.Ch.E. JI* 8(1), 34-38 (1962).
35. K. Lee et H. Barrow, Transport processes in flow around a sphere with particular reference to the transfer of mass, *Int. J. Heat Mass Transfer* 11, 1013-1026 (1968).
36. M. Kuchler et A. Pilar, Mass transfer during the dissolving of solids in liquids—Part I, *Int. Chem. Engng* 10(3), 431-437 (1970).
37. R. B. Keey et J. B. Glen, Heat and mass transfer from a single sphere in an extensive flowing fluid, *Trans. Instn Chem. Engrs* 43, 221-223 (1965).
38. G. D. Raithey et E. R. G. Eckert, The effect of turbulence parameters and support position on the heat transfer from spheres, *Int. J. Heat Mass Transfer* 11, 1233-1252 (1968).
39. J. R. Cary, The determination of local forced-convection coefficients for spheres, *Trans. Am. Soc. Mech. Engrs* 75, 483 (1953).
40. C. Bonet, M. Daguenet et P. Dumargue, Etude théorique de l'évaporation d'une particule sphérique d'un matériau réfractaire dans un plasma thermique, *Int. J. Heat Mass Transfer* 17, 643-654 (1974).
41. C. Borgianni, M. Capitelli, F. Cramarossa, L. Triolo et E. Molinari, The behaviour of metal oxides injected into an argon induction plasma, *Combust. Flame* 13, 181-194 (1969).
42. M. Capitelli, F. Cramarossa, L. Triolo et E. Molinari, Decomposition of  $Al_2O_3$  particles injected into argon-nitrogen induction plasmas of 1 atmosphere, *Combust. Flame* 15, 23-32 (1970).

#### ANNEXE

##### *Etude Bibliographique des Transferts Autour d'une Sphère en Mouvement par Rapport à un Fluide*

Le tableau ci-joint donne un condensé des résultats obtenus ou cités par les auteurs mentionnés en référence. Il ressort de la comparaison de ces résultats les éléments suivants concernant l'expression  $Nu$  et  $Sh$ .

1. Le terme du à la conduction ou à la diffusion moléculaire est égal à 2.

2. Le terme du à la convection forcée  $(Nu)_f$  ou  $(Sh)_f$  s'écrit sous la forme:

$$\begin{cases} (Nu)_f = AR^p Pr^q \\ (Sh)_f = A' R^{p'} Pr^{q'} \end{cases}$$

pour  $10^{-1} < Re < 1$ ,  $p = p' = 1/3$ ; [1, 3-5], (valeur déterminée le plus souvent pour  $Sc, Pr \gg 1$ ) alors que  $q = q' = 1/3$  pour  $Re > 0,1$  [14].

Notons que pour  $Re < 10^{-1}$ ,  $p = q = 1$  [5].

La détermination de  $A$  et  $A'$  n'est pas abordée dans les références citées pour  $0,1 < Re < 1$  et  $Pr \approx Sc \approx 1$ . En fait  $A$  et  $A'$  sont fonction de  $Pe$  mais, dans le domaine  $10^{-1} < Pe < 1$ , la valeur moyenne peut être estimée à 0,3, d'après le calcul théorique [4].

Les expressions définitives de  $(Nu)_f$  et  $(Sh)_f$  sont alors:

$$\begin{cases} (Nu)_f = 0,3 (Pe)^{1/3} \\ (Sh)_f = 0,3 (Pe_d)^{1/3} \end{cases}$$

3. Le terme du à la convection naturelle s'écrit sous la forme:

$$\begin{cases} (Nu)_n = B Gr^m Pr^n \\ (Sh)_n = B' Ar^{m'} Pr^{n'} \end{cases}$$

avec  $m = m' = 1/4$  [18, 20, 28]

$n = n' = 1/4$  [18, 8, 28]

$n' = n' = 1/3$  [18]

et  $B = 0,558$  [18]

$0,5 < B' < 0,6$  [18, 28, 10].

Nous adoptons pour  $(Nu)_n$  et  $(Sh)_n$  les expressions définitives suivantes:

$$\begin{cases} (Nu)_n = 0,56 (Gr \cdot Pr)^{1/4} \\ (Sh)_n = 0,6 (Ar \cdot Sc)^{1/4} \end{cases}$$

4. Les effets des trois phénomènes sont additifs [28].

En conclusion, la confrontation des résultats cités dans le tableau 1 montre bien la difficulté de représentation des paramètres d'échange par une formule unique. Néanmoins on peut adopter les formules suivantes pour  $Nu$  et  $Sh$ , dans le domaine  $0,1 < Pe < 1$ ,  $Pr \approx Sc \approx 1$ :

$$\begin{cases} Nu = 2[1 + 0,15 (Pe)^{1/3} + 0,28 (Gr \cdot Pr)^{1/4}] \\ Sh = 2[1 + 0,15 (Pe_d)^{1/3} + 0,30 (Ar \cdot Sc)^{1/4}] \end{cases}$$

Nous devons modifier les coefficients car les nombres de Reynolds que nous avons utilisés sont définis par rapport au rayon de la particule. Il vient alors.

$$\begin{cases} Nu = 2[1 + 0,189 (Pe)^{1/3} + 0,28 (Gr \cdot Pr)^{1/4}] \\ Sh = 2[1 + 0,189 (Pe_d)^{1/3} + 0,30 (Ar \cdot Sc)^{1/4}] \end{cases}$$

#### THEORETICAL STUDY OF EVAPORATION OF A SPHERICAL SUPER-REFRACTORY PARTICLE INSIDE A THERMAL PLASMA

**Abstract**—Theoretical study of heat and mass transfer, during evaporation of a spherical super-refractory particle inside a thermal plasma, is made with variable physical properties of the fluid (plasma).

In [40], we give a general method which takes in account, not only Sorlet effect, enthalpic diffusion and radiation from the particle, but also radiation from the plasma and Dufour effect, when their respective contributions are faint.

The method we present here, consists of over-all heat and mass balances across the thermal and diffusion boundary layers. The solution which is easily found fits the solution given in [40], only for the main phenomena—conduction and radiation from the particle—but disagrees to interpret secondary phenomena—radiation from the plasma, forced (and natural) convection, enthalpic diffusion.

THEORETISCHE UNTERSUCHUNG DER VERDAMPFUNG EINES  
SPHÄRISCHEN, EXTREM HITZEBESTÄNDIGEN PARTIKELS  
IN EINEM THERMISCHEN PLASMA

**Zusammenfassung**—Bei variablen physikalischen Eigenschaften des Fluides (Plasmas) werden der Wärme- und Stoffübergang während der Verdampfung eines sphärischen, extrem hitzebeständigen Partikels innerhalb eines thermischen Plasmas theoretisch untersucht.

In [40] geben wir eine allgemeine Methode an, die nicht nur den Soret-Effekt, die enthalpische Diffusion und die Strahlung des Partikels mit einbezieht, sondern auch die Strahlung des Plasmas und den Dufour-Effekt, wenn deren jeweilige Beiträge gering sind.

Die Methode, die wir hier vorstellen, besteht aus einer Wärme- und Massen-Gesamtbilanz für die thermische Grenzschicht und die Diffusions-Grenzschicht. Die sich schnell ergebende Lösung befriedigt die in [40] gefundene nur für die Hauptphänomene: Leitung und Strahlung des Partikels, versagt aber bei der Interpretation der Sekundärphänomene: Strahlung des Plasmas, erzwungene (und natürliche) Konvektion, enthalpische Diffusion.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ИСПАРЕНИЯ СФЕРИЧЕСКОЙ  
СВЕРХРЕФРАКЦИОННОЙ ЧАСТИЦЫ В ТЕРМИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЕ

**Аннотация** — Проведено теоретическое исследование тепло- и массообмена при испарении сферической сверхрефракционной частицы в термической плазме при наличии переменных физических свойств жидкости (плазмы).

В работе [40] дается общий метод, который учитывает не только эффект Соре, диффузию энтальпии и излучение частицы, но также излучение плазмы и эффект Дюфо, когда их относительный вклад является слабым.

Представленный в данной работе метод состоит из суммарных балансов тепла и массы поперек теплового и диффузионного пограничного слоев. Решение находится легко, но оно совпадает с решением, данным в работе [40] только для основных явлений — проводимости и излучения частицы. Однако, для объяснения второстепенных явлений — излучения плазмы, вынужденной и естественной конвекций, диффузии энтальпии — оно не согласуется с решением, полученным в работе [40].